■パスカルパンフレットに掲載の「偽コインを探せ！」解決へのヒント

「40 枚のコイン」を「13 個のオモリ」に変えて考えてみましょう。

外見が全く同じオモリが 13 個あります。そのうち１つだけ他と重さが違います。
その１個は他のオモリと比べて重いか軽いか分かっていません。
このとき天秤を３回使ってそのオモリを見つける方法を考えてください。

[解説]

① まず４・４・５個に分け、S・T・U と名前を付け、S と T の重さを比べてみよう。

② (ｉ)１回目につりあった場合

S と T は正常だとわかるので、その中の３個のオモリと U の３個のオモリで２回目を比べます。これで天秤がどちらかに動けば、例えば U の３個が上に動けばその U の３個に軽いものがあるとわかる。するとその３個から１個１個を比べれば（3 回目）決定できます。2 回目も動かなければ、最後の１回は正常な１個と U の残りの２個のうちの１個を比べれば（3 回目）で決定できます。

（ⅱ）１回目につりあわなかった場合

S が上がって T が下がったとします。(S が下がって T が上がった場合も同様です)
すると S に軽いか T に重いオモリがあることになります。2 回目は天秤の左に S から３個のオモリ T から１個のオモリを乗せ、天秤の右には S から１個のオモリ U から正常な３個のオモリを乗せます。
このとき次の（ア）（イ）（ウ）の３つの場合が考えられます。

（ア） 左が上がって右が下がった場合
左に乗せた S からの 3 個のオモリの中に軽いものがあることがわかるので、あと１回で違うオモリを決定できます。

（イ） つりあった場合
２回目に乗せなかった T の３個のオモリに重いものがあるので、あと１回で違うオモリを決定できます。

（ウ） 左が下がって右が上がった場合
２回目に左に乗せた T の１個のオモリか右に乗せた S の１個のオモリが違うものになるのであと１回で違うオモリを決定できます。(例えばその T の１個と正常な１個を比べればよい)

どうでしょう？
扱う個数を少なくするとコントロールしやすくなりますね。
そして扱いやすくなった分だけ「構造」の把握が簡単になります。
**「易しい場合でまずやってみる」こと**が大事です。

この問題には以下のような定理が知られています。

＜定理＞ｎを自然数とし、外見が同一のオモリが$\frac{3^{n+1}-1}{2}$個ある。そのうちの１つだけが他と重さが違うとする。そしてその１個は他と比べて重いか軽いか分かっていないとする。そのとき、天秤をｎ＋１回使ってそのオモリを決定することができる。

そうすると４回で決定できる最大の個数は 40 個ということになりますね。
パスカルのパンフレットに掲載している問題は、４回で決定できる最大の個数 40 個の場合の「コインと天秤問題」ということになります。

みなさん、ぜひ挑戦してみてください！